

IN310 - Mathématiques pour l'informatique
1^{er} contrôle continu 2022-2023

Durée : 1h30.

Les documents sont autorisés. Pas de calculettes. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

Question 1

Effectuer les conversions suivantes :

- (a) $(A75E)_{16}$ en base 4.
- (b) $(7821)_{10}$ en base 3.

Question 2

Donner en base 8 le résultat des calculs suivants :

- (a) $(73054)_8 + (66427)_8$
- (b) $(765)_8 \times (8^5)_{10}$

Question 3

Montrer par induction que $9^n - 5^n$ est divisible par 4 pour tout $n \geq 1$.

Question 4

Si $a, b \in \mathbb{R}$, on note $f_{a,b}$ la fonction

$$\begin{aligned} f_{a,b} : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto ax + b \end{aligned}$$

Déterminer pour quelles valeurs de (a, b) la fonction $f_{a,b}$ est injective et pour quelles valeurs elle est surjective.

Question 5

Soit A l'ensemble $\{0, 1, 2, 3\}$. Pour chacune des relations binaires sur A ci-dessous (exprimées comme des sous-ensembles de $A \times A$, dire si elle est réflexive, symétrique, anti-symétrique, transitive, totale.

- (a) $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$,
- (b) $\mathcal{S} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (1, 0), (2, 3), (3, 2)\}$,
- (c) $\mathcal{T} = \{(1, 0), (1, 3), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\}$.

Question 6

Dire, en justifiant votre réponse, si chacune des relations ci-dessous est réflexive, symétrique, ou transitive.

- (a) La relation R sur \mathbb{R} définie par :

$$xRy \Leftrightarrow xy \neq 0.$$

- (b) La relation S sur \mathbb{Z} définie par :

$$aSb \Leftrightarrow a - b \text{ est divisible par 2 ou par 3.}$$