IN310 - Mathématiques pour l'informatique

2^{ieme} contrôle continu 2022-2023

Durée : 1h20.

Les documents sont autorisés. Pas de calculettes. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

IMPORTANT : Pensez à noter votre numéro de groupe sur votre copie.

Question 1

Soit la relation $\mathcal{R}$ sur $\mathbb{R}$ définie comme

$$x\mathcal{R}y \text{ si et seulement si } |x+y| = |x| + |y|$$

pour tout $x, y \in \mathbb{R}$, où $|\cdot|$ symbolise la valeur absolue. Est-ce que cette relation est réflexive, symétrique, transitive ? Donner une preuve ou un contre-exemple pour chacune des trois propriétés.

Question 2

Soit $\mathcal{R}$ la relation sur l'ensemble $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$ donnée par

$$x\mathcal{R}y \text{ si et seulement si 3 divise } x - y.$$

Décrire toutes les classes d'équivalences que $\mathcal{R}$ défini sur S.

Question 3

Soient $a = 181$ et $b = 43$.

1. Calculer le pgcd de a et b.
2. Utiliser l'algorithme d'Euclide étendu pour calculer deux entiers u et v tels que $\text{pgcd}(a, b) = au+bv$.
3. Calculer l'inverse de b modulo a.

Question 4

1. Donner le résultat des calculs ci-dessous. La réponse doit être un entier compris entre 0 et $n-1$, où n est le module.

   (a) $12 \cdot 16 + 7 \mod 13$ **(b)** $36 \cdot 22 \mod 19$ **(c)** $(27 + 23) \cdot 50 \mod 24$ **(d)** $566 \cdot 31 \mod 28$

   (e) $428 \cdot 2115 \mod 21$
2. L'élément 10 est-il inversible modulo 13 ? Même question pour $4 \mod 22$.
3. Calculer $4^4 \mod 10$ et $3^7 \mod 10$.

Question 5 Soit le système linéaire

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 & -5 \\ -1 & 2 & -2 & 5 \\ 2 & 6 & 4 & 7 \\ 0 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ -6 \\ 19 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(a) Calculer le determinant de la matrice des coefficients du système.

(b) Résoudre le système suivant la méthode de Gauss.