UVSQ – Université Paris Saclay
L2 Informatique

Octobre 2025
Groupe 1

LSIN310 (Maths pour l'Info) – CC 1

NOM	Prénom	Numéro étudiant	Tiers-temps/ Aménagement
		2 ☐☐☐☐☐☐☐	☐ Oui ☐ Non

— Durée : 1h20 (pour les étudiant.e.s disposant d'un aménagement, le barème sera adapté.)
— Les documents (cours comme TDs) sont interdits. Les supports numériques (calculatrice, portable, tablette, ordinateur, *etc.*) sont interdits.
— Le barème (sur 20) est indicatif. Toute erreur dans le sujet sera prise en compte dans la correction.
— Les réponses doivent être justifiées. Une réponse partielle mais justifiée sera plus valorisée qu'une réponse juste mais non détaillée.

Exercice 1. Relations (1pt + 1pt + 4pts)

Soit A, B deux ensembles.

1. **Question de cours.** Énoncer la définition mathématique d'une relation entre A et B.
2. **Question de cours.** Énoncer la définition mathématique d'une relation réflexive sur A.
3. Soit $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Pour chaque relation sur A (c-a-d entre A et A) suivante, déterminer si la relation est (ou non) réflexive, symétrique, anti-symétrique ou transitive.
   (a) $\mathcal{R} = \{(1,4), (1,3), (2,2), (3,1), (3,2), (3,4)\}$.
   (b) $\mathcal{S} = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,4), (4,3)\}$.

Exercice 2. Raisonnement (3pts + 2pts).

1. Prouver par récurrence la proposition suivante :

$$\forall\ n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=0}^{n}(4k-5) = (2n-5)(n+1).$$

   (Rappel : $\sum_{k=0}^{n}(4k-5) = (4\times 0-5) + (4\times 1-5) + \cdots + (4n-5)$)

2. Soit A, B, C trois ensembles. Prouver la proposition suivante :

$$\Big[A \subset (B\cap C) \text{ et } (B\cup C) \subset A\Big] \implies A = B = C.$$

Exercice 3. Ensembles (1pt + 2pts)

1. **Question de cours**. Énoncer la définition mathématique de l'union $A \cup B$. Si A et B sont finis quel est son cardinal ?
2. Dans un groupe d'étudiant.e.s, 37 font au moins de l'info, 25 font au moins de la bio, 17 font au moins du droit, 8 font au moins de l'info et de la bio, 5 au moins de l'info et du droit et 3 au moins de la bio et du droit. Une seule personne fait les 3 en même temps.
   (a) Soit B, I, D les ensembles d'étudiant.e.s faisant respectivement au moins de la bio (B), au moins de l'info (I), au moins du droit (D). Dessiner un diagramme de la situation en y faisant apparaitre tous les cardinaux mentionnés ci-dessus.
   (b) Combien d'étudiant.e.s y a-t-il au total ?

Exercice 4. Logique (1pt + 2pts + 3pts)

Soit P, Q, R des propositions.

1. **Question de cours.** Énoncer la définition de l'implication $P \to Q$.
2. On souhaite prouver l'équivalence suivante : $\neg(P \wedge (Q \vee R)) \iff [(Q \to \neg P) \wedge (R \to \neg P)]$. Justifier dans le tableau ci-dessous chacune des étapes de la preuve proposée.

Calcul			Propriété utilisée / justification courte
$\neg(P \wedge (Q \vee R))$	$\iff$	$\neg P \vee \neg(Q \vee R)$	
	$\iff$	$\neg P \vee (\neg Q \wedge \neg R)$	
	$\iff$	$(\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg R)$	
	$\iff$	$(\neg Q \vee \neg P) \wedge (\neg P \vee \neg R)$	
	$\iff$	$(Q \to \neg P) \wedge (P \to \neg R)$	
	$\iff$	$(Q \to \neg P) \wedge (R \to \neg P)$	

3. Par équivalences successives, prouver l'équivalence suivante : $\neg(P \vee \neg(P \wedge Q)) \iff \texttt{Faux}$. Justifier *précisément* chaque étape. (Il n'y a pas forcément besoin de 10 étapes...)

Calcul			Propriété utilisée / justification courte
$\neg(P \vee \neg(P \wedge Q))$	$\iff$		
	$\iff$		
	$\iff$		
	$\iff$		
	$\iff$		
	$\iff$		
	$\iff$		
	$\iff$		
	$\iff$		
	$\iff$		