UVSQ – Université Paris Saclay
L2 Informatique

Octobre 2025
Groupes 3 & 4

LSIN310 (Maths pour l'Info) – CC 1

NOM	Prénom	Numéro étudiant	Tiers-temps/ Aménagement
		2 ☐☐☐☐☐☐☐	☐ Oui ☐ Non

- Durée : 1h20 (pour les étudiant.e.s disposant d'un aménagement, le barème sera adapté.)
- Les documents (cours comme TDs) sont interdits. Les supports numériques (calculatrice, portable, tablette, ordinateur, *etc.*) sont interdits.
- Le barème (sur 20) est indicatif. Toute erreur dans le sujet sera prise en compte dans la correction.
- Les réponses doivent être justifiées. Une réponse partielle mais justifiée sera plus valorisée qu'une réponse juste mais non détaillée.

Exercice 1. Relations (1pt + 1pt + 4pts)

Soit A, B deux ensembles.

1. **Question de cours.** Énoncer la définition mathématique d'une relation entre A et B.
2. **Question de cours.** Énoncer la définition mathématique d'une relation transitive sur A.
3. Soit $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Pour chaque relation sur A (c-a-d entre A et A) suivante, déterminer si la relation est (ou non) réflexive, symétrique, anti-symétrique ou transitive.
   (a) $\mathcal{R} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$.
   (b) $\mathcal{T} = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$.

Exercice 2. Raisonnement (3pts + 2pts).

1. Prouver par récurrence la proposition suivante :

$$\forall\, n \in \mathbb{N}^*, \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

   (Rappel : $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{1(1+1)} + \frac{1}{2(2+1)} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$)
2. Soit A, B, C trois ensembles. Prouver la proposition suivante :

$$\Big[(A \cup C) \subset (A \cup B) \text{ et } (A \cap C) \subset (A \cap B)\Big] \implies C \subset B.$$

Exercice 3. Ensembles (1pt + 2pts)

1. **Question de cours**. Énoncer la définition mathématique du produit cartésien $A \times B$. Si A et B sont finis quel est son cardinal ?
2. Dans un groupe de 30 étudiant.e.s, 16 jouent au moins au foot, 14 au moins au basket, 13 au moins au tennis, 6 au moins au foot et au basket, 6 au moins au foot et au tennis, 5 au moins au basket et au tennis, 4 aux trois sports.
   (a) Si F, B, T sont les ensembles respectifs de joueur.euse.s de foot (F), basket (B) et tennis (T). Comment définir l'ensemble des étudiant.e.s jouant au foot et au tennis mais pas au basket ?
   (b) Combien jouent au foot et au tennis mais pas au basket ?

Exercice 4. Logique (1pt + 2pts + 3pts)

Soit P, Q des propositions.

1. **Question de cours.** Énoncer la définition de la réciproque de $P \to Q$.
2. On souhaite prouver l'équivalence suivante : $[(P \wedge Q) \to (P \vee Q)] \iff \texttt{Vrai}$. Justifier dans le tableau ci-dessous chacune des étapes de la preuve proposée.

Calcul			Propriété utilisée / justification courte
$(P \wedge Q) \to (P \vee Q)$	$\iff$	$\neg(P \wedge Q) \vee (P \vee Q)$	
	$\iff$	$(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q)$	
	$\iff$	$\neg P \vee (\neg Q \vee P) \vee Q$	
	$\iff$	$\neg P \vee (P \vee \neg Q) \vee Q$	
	$\iff$	$(\neg P \vee P) \vee (\neg Q \vee Q)$	
	$\iff$	$\texttt{Vrai} \vee \texttt{Vrai}$	
	$\iff$	$\texttt{Vrai}$	

3. Par une suite d'équivalences, prouver l'équivalence suivante : $\neg(P \vee (\neg P \wedge Q)) \iff (\neg Q \wedge \neg P)$. Justifier *précisément* chaque étape. (Il n'y a pas forcément besoin de 10 étapes...)

Calcul		Propriété utilisée / justification courte
$\neg(P \vee (\neg P \wedge Q))$	$\iff$	
	$\iff$	
	$\iff$	
	$\iff$	
	$\iff$	
	$\iff$	
	$\iff$	
	$\iff$	
	$\iff$	
	$\iff$	